



C.E.E.J.A “MARIA APARECIDA PASQUALETO FIGUEIREDO”

ATIVIDADE DE MATEMÁTICA

VOLUME 2 – EM - Unidade 8

Exponenciais e Logaritmos

➤ **Potências**

A operação de potenciação com expoente natural pode ser interpretada como **uma multiplicação com fatores iguais.**

$$\begin{array}{c} \text{expoente} \\ | \\ a^n \\ | \\ \text{Base} \end{array} = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ fatores}}$$

Exemplo:

$$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$$

❖ **Equações exponenciais**

As equações exponenciais são aquelas que apresentam a incógnita no expoente.

Observe os **exemplos:**

$$2^x = 256$$

$$3^{x+1} = 9$$

$$4^x = 1024$$

$$2^{x+2} = 512$$

Resolução de equações exponenciais

As equações exponenciais possuem um método de resolução diferenciado, precisamos igualar as bases para aplicarmos a propriedade de igualdade entre os expoentes. Observe a resolução da seguinte equação:

$$5^x = 625 \text{ (fatorando 625 temos: } 5^4\text{)}$$

$$\cancel{5^x} = \cancel{5^4}$$

$$x = 4$$

A solução da equação exponencial será $x = 4$.

Observação: fatorar significa decompor o número em fatores primos, isto é, escrever o número através de uma multiplicação de fatores iguais utilizando as regras de potenciação.

Acompanhe outros exemplos:

Vamos determinar a solução da equação $2^{x+8} = 512$.

Devemos escrever 512 na forma fatorada, $512 = 2^9$.

Então:

$$2^{x+8} = 2^9$$

$$x + 8 = 9$$

$$x = 9 - 8$$

$$x = 1$$

A solução da equação exponencial $2^{x+8} = 512$ é $x = 1$.

Exemplo:

$$3^x = 27$$

Observe que 27 é igual a 3^3 . Porque, $3 \times 3 \times 3 = 27$, substituindo esse valor na equação, teremos:

$$\cancel{3}^x = \cancel{3}^3$$

Depois de igualar as bases, como no exemplo acima, “cortamos as bases”, e copiamos os expoentes, como abaixo, que é a resposta. Em outras palavras a base 3 elevada a que expoente, tem como resultado o número 27?

$$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$$

observação, agora representamos a multiplicação com (.); para não confundir com a letra (“x”)

- ✓ Note que as bases são iguais. Agora podemos usar a **propriedade das equações exponenciais** e escrever:

$$x = 3$$

➤ **Resolva a equação: $2^{x+4} = 64$.**

Solução:

$$2^{x+4} = 64$$

Observe que 64 é uma potência de base 2, pois $64 = 2^6$

$$\text{Ou seja: } 2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$$

Substituindo esse valor na equação, igualando as bases, teremos:

$$\cancel{2}^{x+4} = \cancel{2}^6$$

Depois de igualar as bases, como no exemplo acima, “cortamos as bases”, e copiamos os expoentes, como abaixo, que é a resposta.

Usando a propriedade das equações exponenciais, teremos:

$$x + 4 = 6$$

- ✓ Para finalizar, basta calcular a equação resultante, desta forma:

$x = 6 - 4 \longrightarrow x = 2$ (“passamos o número 4 para o outro lado após o símbolo da igualdade com a operação inversa, como é a operação da adição (+); “passa” como subtração (-)

➤ **Por Exemplo:** $5^{x-2} = 625$

Observe que 125 é uma potência de base 5, pois $625 = 5^4$

Ou seja: $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$

Substituindo esse valor na **equação**, igualando as bases, teremos:

$$\cancel{5}^{x-2} = \cancel{5}^4$$

Depois de igualar as bases, como no exemplo acima, “cortamos as bases”, e copiamos os expoentes, como abaixo, que é a resposta.

Usando a propriedade das **equações exponenciais**, teremos:

$$x - 2 = 4$$

Para finalizar, basta calcular a **equação** resultante, desta forma:

$x = 4 + 2 \longrightarrow x = 6$ (“passamos o número 2 para o outro lado após o símbolo da igualdade com a operação inversa, como é a operação da subtração (-); “passa” como adição (+)

❖ Logaritmo

Definição:

Sendo **a** e **b** números reais positivos, chama-se **logaritmo de b na base a**, o expoente em que **a** deve ser elevado de modo que a **potência** obtida de base **a** seja igual a **b**

Exemplo: $\log_2 16 = 4$, pois $2^4 = 16$

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$$

Com $a > 0$, $a \neq 1$ e $b > 0$

Assim, o logaritmo nada mais é que um expoente. Dizemos que “a” é a base do logaritmo, “b” é o logaritmando e “x” é o logaritmo.

Resolvendo:

$$\cancel{2}^x = \cancel{2}^4$$

(como na resolução da equação exponencial,

“cortamos as bases e igualamos os expoentes); ou seja; $x = 4$

10) Matemática no cotidiano

Coronavírus (Covid – 19) - no crescimento exponencial e como analisá-lo:

Pandemia:

Suponha que um vírus tenha infectado apenas uma pessoa, ou seja, só existe um contaminado dentro de uma população e que, esta pessoa infectada pode infectar apenas duas pessoas sem nenhum tipo de proteção ou contenção dos riscos. Em seguida, cada uma das duas pessoas infectadas pode infectar outras duas, e assim por diante. A função que determinará quantas pessoas estarão infectadas a cada interação será dada por:

$$f(x)=2^x$$

Considerando que x é o número de interações entre pessoas e y o novo número de infectados.

Sendo assim, seja o primeiro infectado considerado como a interação zero, pois ele não teve contato com ninguém até este momento ($x=0$). Supondo que ele teve contato com duas pessoas, o que equivale a uma interação completa do contágio, ($x=1$), teremos então **2** infectados. Se cada um desses **dois infectados** tiveram contato com **mais duas pessoas cada um**, completando a segunda interação ($x=2$), **então teremos 4 infectados**. Vamos usar este exemplo numa tabela para você completar a tabela abaixo até ($x = 10$)

x (Interações)	$y = 2^x$ (nº de infectados)
0	1
1	2
2	
3	
4	
...	...
10	

O gráfico da Pandemia na curva exponencial:

